Grammatikarendszerek: egy alapvető változat jellemzése

Csuhaj Varjú Erzsébet

MTA Számítástechnikai és Automatizálási Kutatóintézet
H-1111 Budapest
Kende utca 13-17.
E-mail: csuhaj@sztaki.hu
URL: http://www.sztaki.hu/~csuhaj

valamint

Algoritmusok és Alkalmazásaik Tanszék
Informatikai Kar
Eötvös Loránd Tudományegyetem
H-1117 Budapest
Pázmány Péter sétány 1/c.

NYELV $\Leftrightarrow$ GRAMMATIKA

VÉGES LEÍRÁS

TÖMÖR LEÍRÁS

EGY NYELV - EGY GRAMMATIKA

HAGYOMÁNYOS MEGKÖZELÍTÉS

EGY NYELV - GRAMMATIKÁK EGYÜTTESE

ÚJSZERŰ MEGKÖZELÍTÉS

GRAMMATIKARENDSZEREK

(1988- napjainkig)

(E. Csuhaj-Varjú, J. Dassow, 1988)

OSZTOTT FORMÁLIS NYELVI MODELLEK

GRAMMATIKARENDSZEREK

- **Kooperáló** és **kommunikáló grammatikák** együttesei, amelyek közösen határoznak meg egy (vagy több) nyelvet

MOTIVÁCIÓK

- *MULTI-ÁGENS RENDSZEREK*
  OSZTOTT RENDSZEREK
  KOOPERATÍV RENDSZEREK
- *TERMÉSZET-MOTIVÁLT ARCHITEKTÚRÁK*

Multi-ágens rendszerek

Egymással és közös környezetükkel interakcióban levő ágensek együttesei

GRAMMATIKARENDSZER

$\Updownarrow$

MULTI-ÁGENS RENDSZER

ÁGENS - GRAMMATIKA

KÖRNYEZET - GENERÁLT SZTRING

CÉLOK

- Nyelvek **tömör** leírása **kooperáló** és **kommunikáló** egyszerű grammatikákkal
- **Multi-ágens** rendszerek **szintaktikai modelljei**

Lehetséges alkalmazások

Osztott problémamegoldás
Telekonferencia
Számítógépes nyelvészet (többnyelvű környezet)
Ökoszisztémák modelljei
Biológiai indíttatású számítások

TÖRTÉNETI ÁTTEKINTÉS

- **cooperating grammars**
  (*kooperáló grammatikák*)
  - többszintű helyettesítés, konkurens operációs rendszer

  (R. Meersman, G. Rozenberg, 1978)

- **cooperating distributed grammar system**
  (*kooperatív osztott grammatikarendszer*)
  - tábla típusú osztott problémamegoldás,
    osztott mesterséges intelligencia

  (E. Csuhaj-Varjú, J. Dassow, 1988)

- **parallel communicating grammar system**
  (*párhuzamos, kommunikáló grammatikarendszer*)
  - osztott problémamegoldás, osztályterem modell

  (L. Santean, Gh. Păun, 1989)

- **colony**
  (*kolónia*)
  - reaktív rendszerek, robotika

  (J. Kelemen, A. Kelemenová, 1992)
- **eco-grammar system**
  (*öko-grammatikarendszer*)
  - mesterséges élet

  (E. Csuhaj-Varjú, J. Kelemen, A. Kelemenová, Gh. Păun, 1994)
- ...
- **networks of language processors**
  (*nyelvprocesszor-hálózatok*)
  - hálózati architektúrák, természetes (biológiai) rendszerek

  (E. Csuhaj-Varjú, A. Salomaa, 1997)
- $\Downarrow$
- ...

GRAMMATIKARENDSZEREK

OSZTOTT

$\searrow$

ARCHITEKTÚRÁK

$\nearrow$

DECENTRALIZÁLT

TERMÉSZET

$\searrow$

ÁLTAL MOTIVÁLT MODELLEK

$\nearrow$

TÁRSADALOM

MULTI-ÁGENS RENDSZEREK

EGYSZERŰ KÖRNYEZET $\nearrow$ **EGYSZERŰ ÁGENS** (kolónia)

EGYSZERŰ KÖRNYEZET $\searrow$ **BONYOLULT ÁGENS** (kooperatív osztott grammatikarendszer)

BONYOLULT KÖRNYEZET $\nearrow$ **EGYSZERŰ ÁGENS** (egyszerű öko-grammatikarendszer)

BONYOLULT KÖRNYEZET $\searrow$ **BONYOLULT ÁGENS** (öko-grammatikarendszer)

MULTI-ÁGENS RENDSZEREK

OSZTOTT KÖRNYEZET ↗ **EGYSZERŰ KÖRNYEZET - BONYOLULT ÁGENS**
(párhuzamos, kommunikáló grammatikarendszer)

OSZTOTT KÖRNYEZET ↘ **BONYOLULT KÖRNYEZET - BONYOLULT ÁGENS**
(biológiai indíttatású nyelvprocesszor-hálózat)

KÉRDÉSEK

- **Minőségileg több-e a grammatikarendszer mint komponensei összessége?**
  - nagyobb generatív erő
  - tömörebb, egyszerűbb leírás
  - korlátos (konstanssal korlátozott) erőforrás használata
- **Vannak-e olyan fogalmak, amelyek megadhatók grammatikarendszerekkel, de nem írhatók le grammatikákkal?**
  - kollektív viselkedés
  - kibontakozó viselkedés
  - a modularitás új aspektusai
  - a kooperáció jellemző jegyei (kompetencia, fair viselkedés)

KOOPERATÍV OSZTOTT GRAMMATIKARENDSZER

(*CD GRAMMATIKARENDSZER*)

(cooperating distributed grammar system, CD grammar system)

A TÁBLA ARCHITEKTÚRA EGYIK FORMÁLIS NYELVI MODELLJE

KOOPERATÍV

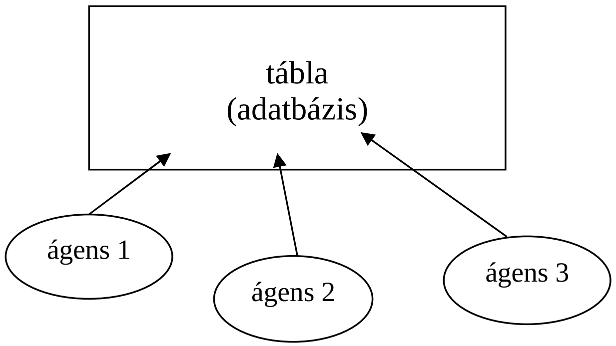
$\searrow$

PROBLÉMAMEGOLDÁS

$\nearrow$

OSZTOTT

TÁBLA ARCHITEKTÚRA



- **autonóm, független ágensek** - problémamegoldó ágensek
- **globális adatbázis (tábla)** - információ a problémamegoldásról
- az ágensek **módosítják a tábla tartalmát** - problémamegoldó lépés
- az ágensek egymással csak a táblán keresztül érintkeznek - **nincs közvetlen kommunikáció az ágensek között**

KOOPERATÍV OSZTOTT GRAMMATIKARENDSZEREK

és

TÁBLA ARCHITEKTÚRÁK

- *autonóm, független ágensek* - **grammatikák**
- *a tábla aktuális tartalma* - **az aktuális mondatforma**
- *a tábla tartalmának módosítása* - **levezetési lépés**
- *kooperációs stratégia* - **levezetési mód (kooperációs protokoll)**

TÖBB (MÁS), MINT A MODULARIZÁLT RENDSZER

KOOPERATÍV OSZTOTT GRAMMATIKARENDSZER

(CD GRAMMATIKARENDSZER)

(E. Csuhaj-Varjú, J.Dassow, 1988)

$\Gamma = (N, T, P_1, \dots, P_n, S)$, $n \geq 1$

- N - nemterminális ábécé,
- T - terminális ábécé, ahol $N \cap T = \emptyset$,
- P_i, $1 \leq i \leq n$, - szabályhalmaz (komponens),
- S - kezdő szimbólum (axióma), ahol $S \in N$.

Az irodalomban találkozhatunk a $\Gamma = (T, G_1, \dots, G_n, S)$ definícióval is, ahol $G_i = (N_i, T_i, P_i)$, $1 \leq i \leq n$.

ALAPVETŐ LEVEZETÉSI MÓDOK

(KOOPERÁCIÓS PROTOKOLLOK)

$$\Gamma = (N, T, P_1, \ldots, P_n, S),\ n \geq 1,$$

$$x, y \in (N \cup T)^*.$$

- **t levezetési mód (termináló mód)**
  - $x \overset{t}{\Longrightarrow} y$, ha $x \Longrightarrow^*_{P_i} y$ valamely P_i-re, $1 \leq i \leq n$, és nincs olyan $z \in (N \cup T)^*$, amelyre $y \Longrightarrow_{P_i} z$ fennáll.
- **lépésszám korlátozó levezetési módok**
  - $x \overset{=k}{\Longrightarrow} y$, ha $x = x_1$, $y = x_{k+1}$ és $x_j \Longrightarrow_{P_i} x_{j+1}$, $1 \leq j \leq k$, valamely P_i-re, $1 \leq i \leq n$.
  - $x \overset{\leq k}{\Longrightarrow} y$, ha $x \overset{=l}{\Longrightarrow} y$, $1 \leq l \leq k$,
  - $x \overset{\geq}{\Longrightarrow} y$, ha $x \overset{=l}{\Longrightarrow} y$, $1 \leq k \leq l$,
  - $x \overset{a}{\Longrightarrow} y$, ha $x \overset{=l}{\Longrightarrow} y$, $1 \leq l$.

FAIR VISELKEDÉS

KOMPETENCIA ALAPÚ KOOPERÁCIÓS STRATÉGIA

GENERÁLT NYELV

$$\Gamma = (N, T, P_1, \ldots, P_n, S),\ \ n \geq 1,$$

$$f \in \{a, t\} \cup \{= k, \leq k, \geq k \mid k \geq 1\}$$

$$\mathbf{L_f(\Gamma) = \{w \in T^* \mid S = w_0 \overset{f}{\Longrightarrow} \ldots \overset{f}{\Longrightarrow} w_r = w,\ r \geq 1\}}$$

NYELVOSZTÁLYOK

$$\mathbf{CD_{n,m}CF(f)},$$

$n, m \in \mathbb{N} \cup \{*\}$ and $f \in \{t, a\} \cup \{= k, \leq k, \geq k \mid k \geq 1\}$

Azon **CD grammatikarendszerek** által generált **nyelvek osztálya**, amelyeknek

- legfeljebb n **komponense** van és azok **környezetfüggetlenek**,
- minden komponens **legfeljebb** m **szabályból** áll,
- a komponensek az f **levezetési módot** használják.

A $*$ szimbólum az $\cup_{n=1}^{\infty}$, illetve az $\cup_{m=1}^{\infty}$ esetet jelöli.
(A paraméter értéke irreleváns)

A t LEVEZETÉSI MÓD

(egy alapvető levezetési mód)

- **közvetlen levezetés t (termináló) módban**

  $x \stackrel{t}{\Longrightarrow} y$, ha $x \Longrightarrow^*_{P_i} y$ valamely P_i-re, $1 \leq i \leq n$, és nincs olyan $z \in (N \cup T)^*$, amelyre $y \Longrightarrow_{P_i} z$ fennáll.

MAXIMÁLIS LEVEZETÉS
(a komponens addig működik, amíg tud)

KOMPETENCIA ALAPÚ KOOPERÁCIÓS STRATÉGIA
(a komponens teljes tudását adja a probléma megoldásához)

FAIR VISELKEDÉS
(a komponensek hozzájárulása a levezetéshez majdnem egyenlő mértékűnek tekinthető)

A $G = (N, T, P, S)$ környezetfüggetlen grammatikát **kompetensnek** mondjuk a $w \in (N \cup T)^*$ szimbólumsorozaton, ha G-nek van olyan szabálya, amely w-re alkalmazható. A G kompetencia foka a w szimbólumsorozatra vonatkozóan a w-ben előforduló azon különböző nemterminálisok száma, amelyek P valamely szabályával átírhatók.

1. PÉLDA

$$\Gamma = (\{S, A\}, \{a\}, P_1, P_2, P_3, S),$$

$$P_1 = \{S \to AA\},$$
$$P_2 = \{A \to S\},$$
$$P_3 = \{A \to a\}.$$

$$S \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_1} AA \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_2} SS \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_1} AAAA \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_2} \ldots \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_2} S^{2^{n-1}} \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_1} A^{2^n} \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_3} a^{2^n}$$

$$\mathbf{L_t(\Gamma) = \{a^{2^n} \mid n \geq 1\} \notin CF}$$

$$\mathbf{L_t(\Gamma) = \{a^{2^n} \mid n \geq 1\} \in E0L}$$

2. PÉLDA

$$\Gamma = (\{S, A, A'\}, \{a, b, c\}, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, S),$$

$$\begin{aligned}
P_1 &= \{S \to AcA, A' \to A\}, \\
P_2 &= \{A \to aA'\}, \\
P_3 &= \{A \to bA'\}, \\
P_4 &= \{A \to a\}, \\
P_5 &= \{A \to b\}.
\end{aligned}$$

$$S \overset{t}{\Longrightarrow}_{P_1} AcA \overset{t}{\Longrightarrow}_{P_2} aA'caA' \overset{t}{\Longrightarrow}_{P_1} aAcaA \overset{t}{\Longrightarrow}_{P_3} abA'cabA' \overset{t}{\Longrightarrow}_{P_1} abA'cabA' \ldots$$

$$\mathbf{L_t(\Gamma) = \{wcw \mid w \in \{a, b\}^+\} \notin CF}$$

3. PÉLDA

$$\Gamma_n = (\{S, A, D, D'\}, \{a\}, P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, S),\ n \geq 1,$$
$$\begin{aligned} P_1 &= \{S \to D, S \to A\}, \\ P_2 &= \{D \to D'D'\}, \\ P_3 &= \{D' \to D\}, \\ P_4 &= \{D' \to a\}, \\ P_5 &= \{A \to a^{2^n}A, A \to a^{2^n}\}, \end{aligned}$$

$$S \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_1} D \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_2} D'D' \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_3} DD \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_2} D'D'D'D' \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_3} \dots \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_4} a^{2^r}$$

$$S \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_1} A \stackrel{t}{\Longrightarrow}_{P_5} a^{2^n} \cdot a^{j \cdot 2^n},\ j \geq 1$$

$$\mathbf{L_t(\Gamma_n) = \{a^{2^i} \mid 0 \leq i \leq n-1\} \cup \{a^{j \cdot 2^n} \mid j \geq 1\} \in CF}$$

$$\mathbf{\Gamma PROD(\Gamma_n) \leq 7}$$

és

$$\mathbf{PROD_{CF}(L_n) \geq n+1,\ n \geq 1}$$

GENERATÍV ERŐ ÉS MÉRET

- $\mathbf{CF} = \mathbf{CD_{1,*}CD(t)} = \mathbf{CD_{2,*}CF(t)}$
- $\mathbf{CD_{3,*}CF(t)} = CD_{n,*}CF(t) = CD_{*,*}CF(t) = \mathbf{ET0L},\ n \geq 3$

  (E. Csuhaj-Varjú, J. Dassow, 1988)

  (E. Csuhaj-Varjú, J. Dassow, J. Kelemen, Gh. Păun, 1994)
- $\mathbf{CD_{*,5}CF(t)} = CD_{*,*}CF(t) = \mathbf{ET0L}$

  (Gh. Păun, J. Dassow, S. Skalla, 1994)
- Minden $n, m \in \mathbb{N}$-re

$$\mathbf{CD_{n,m}CF(t)} \subset \mathbf{CD_{n+1,m}CF(t)},$$

és

$$\mathbf{CD_{n,m}CF(t)} \subset \mathbf{CD_{n,m+1}CF(t)}$$

(Gh. Păun, J. Dassow, S. Skalla, 1994)

További számos eredmény; az egyik legtöbbet vizsgált kooperációs stratégia

Tartomány

Legyen $G = (N, T, P, S)$ környezetfüggetlen grammatika, akkor

$$dom(P) = \{A \mid A \to \alpha \in P\}.$$

ET0L rendszer

$$G = (N, T, P_1, \ldots, P_n, S),$$

- P_i környezetfüggetlen szabályok halmaza és ún. teljes szabályhalmaz (minden x szimbólumra, ahol $x \in (N \cup T)$ van P_i-ben szabály),
- $u \Longrightarrow v$ ha valamely P_i szabályhalmazra (táblára), ahol $1 \leq i \leq n$, fennáll, hogy
$$u = x_1 \ldots x_m,$$
$$v = y_1 \ldots y_m$$
és
$$x_j \to y_j \in P_i,\ 1 \leq j \leq r.$$

ÁLLÍTÁS

$$\mathbf{CD}_{*,*}\mathbf{CF(t)} \subseteq \mathbf{ET0L}$$

A bizonyítás elve:

- $\Gamma = (N, T, P_1, \ldots, P_n, S)$ - CD grammatikarendszer
- $G = (N', T, H_1, \ldots, H_{3n}, S)$ - Γ-t szimuláló ET0L rendszer;

Γ minden P_i **komponenséhez** megkonstruáljuk a $H_{i,1}$, $H_{i,2}$ **és** $H_{i,3}$ **táblát** G-ben, amely táblák **együttesen szimulálják** P_i **működését**.

$$\begin{aligned} H_{i,1} &= \{A \to A^{(i)}, A^{(i)} \to A^{(i)} \mid A \in (N \cup T)\} \cup \\ &\quad \{A^{(j)} \to F \mid A \in (N \cup T), j \neq i\} \end{aligned}$$

("kiszínezi" a szót, azaz a betűket a működő komponensre utaló indexszel látja el; $F \in N'$ ún. csapdaszimbólum)

$$\begin{aligned} H_{i,2} &= \{A^{(i)} \to \alpha^{(i)} \mid A \to \alpha \in P_i\} \cup \{A^{(i)} \to A^{(i)} \mid A \in (N \cup T)\} \cup \\ &\quad \{A^{(j)} \to F \mid A \in (N \cup T), j \neq i\} \end{aligned}$$

(szimulálja a P_i-beli levezetéseket)

$$\begin{aligned} H_{i,3} &= \{A^{(i)} \to A \mid A \in (T \cup (N \setminus dom(P_i))\} \cup \\ &\quad \{A^{(i)} \to F \mid A \in dom(P_i)\} \cup \\ &\quad \{A^{(j)} \to F \mid A \in (N \cup T), j \neq i\} \end{aligned}$$

(ellenőrzi, hogy P_i befejezte-e működését és "visszaszínezi"' a szót)

Működés

$$w = x_1 \dots x_m,\ x_j \in (N \cup T),\ 1 \leq j \leq r,$$

$H_{i,1}$ alkalmazása után

$$w^{(i)} = x_1^{(i)} \dots x_m^{(i)},\ x_j \in (N \cup T),\ 1 \leq j \leq r,$$

$H_{i,2}$ alkalmazása után

$$u^{(i)} = y_1^{(i)} \dots y_k^{(i)},\ y_j \in (N \cup T),\ 1 \leq j \leq k,$$

$H_{i,3}$ alkalmazása után

$$u = y_1 \dots y_k,\ y_j \in (N \cup T),\ 1 \leq j \leq k$$

ÁLLÍTÁS

$$\mathbf{ET0L} \subseteq \mathbf{CD_{3,*}CF(t)}$$

A bizonyítás elve:

- $G = (N, T, H_1, H_2, S)$ - ET0L rendszer
- $\Gamma = (N', T, P_1, P_2, P_3, S)$ - a G ET0L rendszert szimuláló CD grammatikarendszer

A P_i, P_3 **komponens pár együttes működése szimulálja** a H_i, $i = 1, 2$ **tábla működését**.

- $P_1 = \{A \to A^{(1)} \mid A \in (N \cup T)\}$

  ("kiszínezi" a szót a H_1 alkalmazásának szimulálásához)
- $P_2 = \{A \to A^{(2)} \mid A \in (N \cup T)\}$

  ("kiszínezi"' a szót a H_2 alkalmazásának szimulálásához)
- $P_3 = \{A^{(1)} \to \alpha \mid A \to \alpha \in H_1\} \cup \{A^{(2)} \to \beta \mid A \to \beta \in H_2\}$

  (szimulálja a megfelelő tábla által végrehajtott levezetést és "vissza-színezi" a szót)

ÁLLÍTÁS

$$\mathbf{CD}_{*,\mathbf{5}}\mathbf{CF}(\mathbf{t}) = \mathbf{CD}_{*,*}\mathbf{CF}(\mathbf{t}) = \mathbf{ET0L}$$

A bizonyítás elve:

DEKOMPOZÍCIÓ

Adott Γ környezetfüggetlen CD grammatikarendszerhez megkonstruálunk egy olyan vele **ekvivalens** (azonos nyelvet generáló) Γ' környezetfüggetlen CD grammatikarendszert, amelynek **komponensei a** Γ **komponenseinek elemi aktivitási lépéseit szimulálják**.

- Legyen $\Gamma = (N, T, P_1, P_2, P_3, S)$, - tetszőleges, **3 komponenst** tartalmazó környezetfüggetlen CD grammatikarendszer.

- Megkonstruálunk egy $\Gamma' = (N', T, P_1', \ldots, P_r', S)$ - a Γ CD grammatikarendszerrel **ekvivalens** (vele azonos nyelvet generáló) **környezetfüggetlen CD grammatikarendszert**, amelynek **minden komponense legfeljebb 5 szabályból** áll.

Γ' rendelkezik a következő komponensekkel:

- Γ' a Γ CD grammatikarendszer **minden** $p \in P_j$ $(1 \leq j \leq 3)$ **szabályára** rendelkezik **egy olyan komponenssel**, amely **ezen szabály alkalmazását szimulálja**,

- rendelkezik olyan komponensekkel, amelyek azt **ellenőrzik**, hogy Γ egy bizonyos **komponense befejezte-e a levezetést** vagy sem,

- rendelkezik olyan komponensekkel, amelyek azt ellenőrzik, hogy egy szimbólumsorozat **terminális szó-e vagy sem**.

$$\Gamma = (N, T, P_1, P_2, P_3, S) - \text{ az eredeti rendszer}$$

Legyen az **aktuális mondatforma egy adott pillanatban Γ-ban**

$$\alpha$$

Akkor a Γ'**-ben az α-nak megfelelő mondatforma alakja**

$$\alpha E_i D \beta,$$

$$\alpha E_i C \gamma,$$

$$\alpha E_i F E_1 E_2 E_3 \delta$$

ahol

- $\mathbf{E_i}$ - a Γ-ban aktuálisan dolgozó komponensre utal (P_i),
- $\mathbf{D}, \mathbf{C}, \mathbf{F}$ - munkafázisra utaló szimbólumok (levezetési fázis (D), komponens munkájának ellenőrzése (C), a levezetés befejezésének ellenőrzése (F)
- β, γ, δ - segédszimbólumok sorozatai nemterminális szimbólumok előfordulásának ellenőrzéséhez

- $\Gamma = (N, T, P_1, \ldots, P_3, S)$ - az eredeti rendszer
- $dom(P_i) = \{A_{i,1}, A_{i,2}, \ldots, A_{i,m_i}\}$, $1 \le i \le 3$,
- $N = \{A_{4,1}, A_{4,2}, \ldots, A_{4,m_4}\}$
- Legyenek $[A_{i,j}]$, $[A'_{i,j}]$, $1 \le i \le 3$, $1 \le j \le m_i$ új szimbólumok.

Γ' KOMPONENSEI

- $Q_0 = \{S_0 \to SE_iD[A_{4,1}, 4][A'_{4,1}, 4] \ldots [A_{4,m_4}, 4][A'_{4,m_4}, 4] \mid 1 \le i \le 3\}$

  (Megkezdődik Γ' munkája P_i **munkájának szimulálásával**. E_i a P_i komponensre utal, D arra, hogy a **levezetési fázis** (derivation) kezdődik.)

- $Q_{i,p} = \{E_j \to Z \mid j \ne i, 1 \le i, j \le 3\} \cup \{C \to Z\} \cup \{X \to x, X \to X'\}$

  (A $p : X \to x \in P_i$ **szabály alkalmazásának szimulálása**, $1 \le i \le 3$.)

- $Q_X = \{C \to Z, F \to Z, X' \to X\}$ minden X-re, ahol $X \in dom(P_1) \cup dom(P_2) \cup dom(P_3)$

  (Az X' szimbólum **visszaírása** X szimbólumra.)

Működés

$$\alpha E_i D[A_{4,1}]\ldots[A'_{m_4},4]$$

(α a megfelelő mondatforma Γ-ban, a P_i komponens kezdi meg működését)

$$\alpha' C[A_{i,1},i][A'_{i,1},i]\ldots[A_{i,m_i},i][A'_{i,m_i},i][A_{4,1}]\ldots[A'_{m_4},4]$$

(α' a P_i működésének befejezése után kapott mondatforma, a működés befejezésének tényleges voltát kezdjük ellenőrizni)

Annak ellenőrzése, hogy P_i munkája véget ért, azaz **nem tud további szabályt alkalmazni**

$$dom(P_i) = \{A_{i,1}, A_{i,2}, \ldots, A_{i,m_i}\}$$

$$Q_{i,ch} = \{F \to Z, E_i \to C[A_{i,1}, i][A'_{i,1}, i] \ldots [A_{i,m_i}, i][A'_{i,m_i}, i]\}$$

(Az **ellenőrzési fázis kezdődik:** az E_i szimbólumot C-re cseréljük.)

$$\begin{array}{lcl}
Q_{i,ch,1} & = & \{[A_{i,1}, i] \to \lambda, A_{i,1} \to Z\}, \\
Q_{i,ch,2} & = & \{[A_{i,1}, i] \to Z, [A_{i,2}, i] \to \lambda, A_{i,2} \to Z\}, \\
 & \ldots & \\
Q_{i,ch,m_i} & = & \{[A_{i,m_i-1}, i] \to Z, [A_{i,m_i}, i] \to \lambda, A_{i,m_i} \to Z\}, \\
Q'_{i,ch,1} & = & \{[A_{i,m_i}, i] \to Z, [A'_{i,1}, i] \to \lambda, A'_{i,1} \to Z\}, \\
Q'_{i,ch,2} & = & \{[A'_{i,1}, i] \to Z, [A'_{i,2}, i] \to \lambda, A'_{i,2} \to Z\}, \\
 & \ldots & \\
Q'_{i,ch,m_i} & = & \{[A'_{i,m_i-1}, i] \to Z, [A'_{i,m_i}, i] \to \lambda, A_{i,m_i} \to Z\}, \\
Q'_{i,ch} & = & \{[A'_{1,m_1}, 1] \to Z, [A'_{2,m_2}, 2] \to Z, [A'_{3,m_3}, 3] \to Z, C \to E_i\}.
\end{array}$$

(**Ellenőrzése betűről betűre** annak, hogy van-e olyan **nemterminális** a szóban, amelyre P_i**-nek van szabálya**)

Annak ellenőrzése, hogy a szó nem tartalmaz nemterminális betűt

$$
\begin{array}{lcl}
Q_{fin} & = & \{C \to Z, D \to FE_1E_2E_3\}, \\
Q_{fin,1} & = & \{D \to Z, [A_{4,1}, 4] \to \lambda, A_{4,1} \to Z\}, \\
Q_{fin,2} & = & \{[A_{4,1}, 4] \to Z, [A_{4,2}, 4] \to \lambda, A_{4,2} \to Z\}, \\
 & \dots & \\
Q_{fin,m_4} & = & \{[A_{4,m_4-1}, 4] \to Z, [A_{4,m_4}, 4] \to \lambda, A_{4,m_4} \to Z\}, \\
Q'_{fin,1} & = & \{[A_{4,m_4}, 4] \to Z, [A'_{4,1}, 4] \to \lambda, A'_{4,1} \to Z\}, \\
Q'_{fin,2} & = & \{[A'_{4,1}, 4] \to Z, [A'_{4,2}, 4]\lambda, A'_{4,2} \to Z\}, \\
 & \dots & \\
Q'_{fin,m_4} & = & \{[A'_{4,m_4-1}, 4] \to Z, [A'_{4,m_4}, 4] \to \lambda, A'_{4,m_4} \to Z\}, \\
Q_{0,ter} & = & \{[A'_{4,m_4}, 4] \to Z, F \to \lambda\}, \\
Q_{i,ter} & = & \{D \to Z, F \to Z, E_i \to \lambda\}, i = 1, 2, 3
\end{array}
$$

- Bármely **levezetési** fázis alatt (D) ellenőrizhetjük, hogy a szó terminális szó-e vagy sem, **ellenőrzési** fázis alatt (C) ez nem lehetséges, ugyanis ekkor a Z csapda szimbólum jelenne meg.
- A D betűt az F betűre és $E_1E_2E_3$ betűre írjuk át, majd a komponensek esetében alkalmazott módon ellenőrizzük, hogy van-e nemterminális betű a szóban.

ÁLLÍTÁSOK

1. $CD_{n,m}CF(t) \subset CD_{n+1,m}CF(t)$
2. $CD_{n,m}CF(t) \subset CD_{n,m+1}CF(t)$, minden n, m természetes számra

A bizonyítás elve:

- (1) és (2) bizonyítása **analóg módon** történik.
- A tartalmazás nyilvánvalóan fennáll.
- A **tartalmazás valódi voltának bizonyítása:**
  Tekintsük a
  $$\Gamma = (\{S\}, T, P_1, \dots, P_{n+1}, S)$$
  CD grammatikarendszert, ahol
  $$\begin{aligned} T &= \{a_1, \dots, a_{(n+1)m}\}, \\ P_i &= \{S \to a_{m(i-1)+1}, S \to a_{m(i-1)+2}, \dots, S \to a_{mi}\},\ 1 \leq i \leq n+1 \end{aligned}$$

$L_t(\Gamma)$-ra fennáll, hogy

- minden a_i **előállítása igényel legalább egy szabályt**, amely- nek jobboldalán a_i található és nincs más a_j $(i \neq j)$.
- Így bármely Γ-val ekvivalens Γ'-re fennáll, hogy Γ'**-nek létezik legalább** $(n+1)m$ **különböző szabálya**.
  Akkor$L_t(\Gamma) \notin CD_{n,m}CF(t)$.

TOVÁBBI EREDMÉNYEK A KÖRNYEZETFÜGGETLEN CD GRAMMATIKARENDSZEREK MÉRETBONYOLULTSÁGÁRA VONATKOZÓAN

- Minden Γ környezetfüggetlen CD grammatikarendszerhez meg tudunk konstruálni egy olyan Γ' környezetfüggetlen CD grammatikarendszert, amelynek **minden egyes komponense pontosan egy aktív nemterminális szimbólummal rendelkezik** és a t levezetési módban mindkét grammatikarendszer ugyanazt a nyelvet generálja.

  (H. Bordihn, M. Holzer, 2000)

  (A $G = (N, T, P, S)$ környezetfüggetlen grammatika A nemterminális szimbólumát **aktívnak** nevezzük, ha a P szabályhalmaz tartalmaz $A \to \alpha$ szabályt, ahol $A \neq \alpha$.)

- Minden Γ környezetfüggetlen CD grammatikarendszerhez meg tudunk konstruálni egy Γ' környezetfüggetlen CD grammatikarendszert úgy, hogy Γ'-nek **pontosan három és strukturálisan hasonló komponense** van (a grammatikaformák értelmében), valamint a két CD grammatikarendszer a t levezetési módban **ugyanazt a nyelvet generálja**.

  (V. Mitrana, Gh. Păun, E. Csuhaj-Varjú, J. Dassow, 1993)

ÁLLÍTÁS

$$CD_{*,*}CF(t) = CD_{*,*}^{[1]}CF(t)$$

(Az [1] felső index arra utal, hogy **minden egyes komponens pontosan egy aktív nemterminálissal rendelkezik**.)

A bizonyítás elve:

- $\Gamma = (N, T, P_1, P_2, P_3, S)$ - a kiindulási környezetfüggetlen CD grammatikarendszer
- $\Gamma' = (N', T, P'_1, \ldots, P'_r, S)$ - az új környezetfüggetlen CD grammatikarendszer
- $N = \{A_1, \ldots, A_n\}$ and $N' = \{A_i^{(k)} \mid A_i \in N, 0 \leq k \leq 3\}$

Az új CD grammatikarendszer komponensei:

- $C_{i,j}$ - ezek a komponensek "kiszínezik" a mondatformában előforduló $A_1, \ldots, A_n$ nemterminálisokat $A_1^{(j)}, \ldots, A_n^{(j)}$ nemterminálisokká növekvő sorrendben,
- $P_{i,j}$ - ez a komponens szimulálja az $A_i \to \alpha \in P_j$ szabály végrehajtását,
- $D_{i,j}$ - ezek a komponensek "visszaszínezik" a mondatformát a P_j által végrehajtott t módú levezetés után, $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq 3$.

KOMPONENSEK

$$
\begin{aligned}
C_{i,j} \;=\; & \{A_i^{(0)} \to A_i^{(j)}\} \cup \{A_k^{(0)} \to A_k^{(0)} \mid 1 \le k < i\} \cup \\
& \{A_k^{(j)} \to A_k^{(j)} \mid i < k \le n\} \cup \\
& \{A_k^{(j')} \to A_k^{(j')} \mid 1 \le j' \le 3, j' \ne j, 1 \le k \le n\}
\end{aligned}
$$

($C_{1,j}, \ldots, C_{n,j}$ átírják a w mondatformát $w^{(j)}$-ra; növekvő sorrendben dolgoznak)

$$
\begin{aligned}
P_{i,j} \;=\; & \{A_i^{(j)} \to \alpha^{(j)} \mid A_i \to \alpha \in P_j\} \cup \\
& \{A_k^{(j')} \to A_k^{(j')} \mid 0 \le j' \le 3, j' \ne j, 1 \le k \le n\}
\end{aligned}
$$

($P_{1,j}, \ldots, P_{n,j}$ szimulálják P_j működését)

$$
\begin{aligned}
D_{i,j} \;=\; & \{A_i^{(j)} \to A_i^{(0)}\} \cup \{A_k^{(j)} \to A_k^{(j)} \mid 1 \le k < i\} \cup \\
& \{A_k^{(0)} \to A_k^{()} \mid i < k \le n\} \cup \\
& \{A_k^{(j')} \to A_k^{(j')} \mid 1 \le j' \le 3, j' \ne j, 1 \le k \le n\} \\
& \{A_k^{(0)} \to A_k^{(0)} \mid A_k \in dom(P_j)\}
\end{aligned}
$$

($D_{1,j}, \ldots, D_{n,j}$ visszaírják a mondatformát $u^{(0)}$-ra; növekvő sorrendben dolgoznak; ha $A_k^{(0)}$, ahol $A_k \in dom(P_j)$ előfordul a mondatformában, akkor a rendszer működése sosem fejeződik be.)

KONKLÚZIÓK

- **A** t **kooperációs stratégia érdemben megnöveli** a környezetfüggetlen grammatikák **generatív erejét**, még abban az esetben is, ha a grammatikák egyes méretparaméterei konstanssal korlátozottak.
- A környezetfüggetlen CD grammatikarendszerek alkalmasak Lindenmayer rendszerek által generált nyelvek meghatározására a t levezetési mód használata esetén. A kétféle leírás (generatív rendszer) méretbonyolultsága nem tér el jelentősen egymástól.

TOVÁBBI KUTATÁSOK

- Környezetfüggetlen CD grammatikarendszerek és L rendszerek további kapcsolatai

  (H. Bordihn, E. Csuhaj-Varjú, J. Dassow, B. Reichel, ...,...)

- További kompetencia-alapú kooperaációs stratégiák

  (M. H. ter Beek, H. Bordihn, E. Csuhaj-Varjú, J. Dassow, M. Holzer, Gy. Vaszil, 2004)

Irodalom:

1. H. Bordihn, E. Csuhaj-Varjú: On competence and completeness in CD grammar systems. Acta Cybernetica 12(4) (1996), 347-360.

2. E. Csuhaj-Varjú, J. Dassow: On cooperating/distributed grammar systems. Journal of Information Processing and Cybernetics EIK 26 (1-2) (1990), 49-63.

3. E. Csuhaj-Varjú, J. Dassow, J. Kelemen, Gh. Păun: Grammar Systems. A grammatical approach to distribution and cooperation. Topics in Computer Mathematics 5, Gordon and Breach Science Publishers, Yverdon, 1994.

4. E. Csuhaj-Varjú, J. Kelemen: Cooperating grammar systems. A syntactical framework for the blackbboard model of problem solving. In: Proc. Conference on Artificial Intelligence and Information Control System of Robots' 89. (I. Plander, ed.) Elsevier Publishing Company, Amsterdam, 1989, 121-127.

5. R. Meersman, G. Rozenberg: Cooperating grammar systems. In: Proc. Mathematical Foundations of Computer Science, Lecture Notes in Computer Science 64 (J. Winkowski, ed.), Springer Verlag, Berlin, 1978, 364-373.

6. M. N. Huhns, L. M. Stephens: Multiagent Systems and Societies of Agents. In: Multiagent Systems. A Modern Approach to Distributed Artificial Intelligence. (G. Weiss, ed.), The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 1999.

7. Gh. Păun, J. Dassow, S. Skalla: On the size of components of cooperating grammar systems. In: Results and Trends in Theoretical Computer Science. (J. Karhumäki, H.A. Maurer and G. Rozenberg, eds.), Lecture Notes in Computer Science 812, Springer, Berlin, 1994, 325-343.